CONSTRUÏM EL NOMBRE COMPLEX

http://ca.wikipedia.org/wiki/Nombre_complex

Nombres imaginaris

Apareixen quan intentem resoldre l'equació $x^2 + 1 = 0$.

Unitat imaginària i= $\sqrt{-1}$. Qualsevol nombre imaginari és pot expressat en funció de i.

1.- Calcula el valor dels següents nombres imaginaris

i^2 i^3 i^4 i^5 i^6

i^7 i^8 i^9 i^{10} i^{11}

i^{43} i^{2520} i^{121} i^{843} i^{727}

Dona un criteri per calcular qualsevol potència de i.

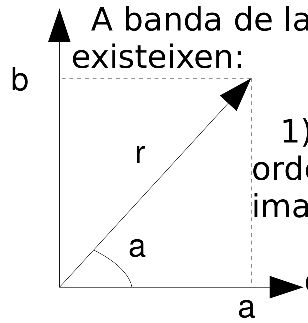
Nombres Complexos

Nombres complexos = nombres reals + nombres imaginaris; Forma binòmica

$$z = a + bi$$

Com podem escriure 11 com a complex? I 3i?

A banda de la forma binòmica d'escriure els nombres complexos existeixen:



1) També podem pensar un nombre complex com un parell ordenat (a,b), la x representaria la part real i la y la part imaginària. Expressió cartesiana

Són complexos conjugats z = a+bi i a - bi. Per quin motiu?

2) Expressió polar d'un nombre complex. Mòdul i argument

3) Forma trigonomètrica

2.- Escriu en forma polar els nombres complexos següents:

a) $1+\sqrt{3}i$ b) $\sqrt{3}+i$ c) -1 + i d) 5 -12i

3.- Excriu en forma binòmica els nombres complexos següents:

a) $5_{135º}$ b) $3_{240º}$ c) $4_{90º}$ d) $2_{405º}$

4.- Escriu en forma binòmica i en polar el complex

z = 8(cos30º + isin30º)

Operacions amb nombres complexos en forma binòmica

El resultat de sumar, restar, multiplicar o dividir nombres complexos és un altre nombre complex.

Suma i resta (a + b·i) + (c + d·i) = (a+b) + (c+d)·i

Propietats

Associativa

Commutativa

Oposat: Són complexos oposats els números a+b·i i -a-b·i.

Per quin motiu?

Producte (a + b·i) · (c + d·i) = (ac – bd) + (bc + ad)·i

Divisió $\frac{a+b\cdot i}{c+d\cdot i}=\frac{a+b\cdot i}{c+d\cdot i}\cdot\frac{c-d\cdot i}{c-d\cdot i}=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{bc-ad}{c^2+d^2}\cdot i$

Propietats

Commutativa

Associativa

Element neutre (1)

Element invers: a + bi, el seu invers és $\frac{1}{a+bi}$

Propietat distributiva de la multiplicació envers la suma

3.- Efectua les operacions següents i simplifica'n el resultat

a) (6 – 5i) + (2-i) – 2(-5 +6i) b) (3+1)(4-2i) c) (-i+1)(3-2i)(1+3i)

d) $\frac{5+i}{-2-i}$ e) $\frac{4-2i}{i}$ f) $\frac{(-3i^2)(1-2i)}{2+2i}$

4.- Quant ha de valer x, real, perquè $(25 - xi)^2$ sigui imaginari pur?

5.- Donat el nombre complex $z=\frac{-1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$, prova que

a) $1 + z + z^2 = 0$ b) $\frac{1}{z}=z^2$

6.- Calcula m i n perquè es verifiqui la igualtat (2 + mi)+ (n+5i) = 7 – 2i

7.- Troba el valor de b perquè el producte (3-6i)(4+bi) sigui:

a) Un nombre imaginari pur
b) Un nombre real